CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

ETAPA LOCALĂ

28 februarie 2015

BAREM

CLASA A X-A

(3 ore/săptămână)

1.)	**Din oficiu**	**1p**
a)	Condiţiile de existenţă: $\begin{cases} x>0 \\ x\neq 1 \\ x-1>0 \\ x-1\neq 1 \end{cases}$	**2p**
	Rezultă domeniul de existenţă $D=(1,\infty)\setminus\{2\}$	**1p**
b)	Pentru $x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ produsul $x(x-1)=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}=1$ deci $x-1=\dfrac{1}{x}$	**2p**
	Vom avea $\log_x(x-1)=\log_{x-1}x=-1$ de unde $E\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)=0$	**2p**
c)	$E(x)=\log_x(x-1)+\log_{x-1}x+2=\dfrac{[\log_x(x-1)+1]^2}{\log_x(x-1)}\geq 0$ pentru că $\log_x(x-1)>\log_x(2-1)=0$ dacă $x>2$	**2p**

2.)	**Din oficiu**	**1p**
	Cu substituţia $t=\left(2+\sqrt{3}\right)^x$ obţinem ecuaţia de gradul doi $t^2-4t+1=0$	**3p**
	Soluţiile ecuaţiei sunt $t_1=2+\sqrt{3}$ şi $t_2=2-\sqrt{3}=\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}=\left(2+\sqrt{3}\right)^{-1}$	**3p**
	De unde rezultă $\left(2+\sqrt{3}\right)^x=2+\sqrt{3}$ de unde $x_1=1$ şi $\left(2+\sqrt{3}\right)^x=\left(2+\sqrt{3}\right)^{-1}$ de unde $x_2=-1$	**2p**
	Deci mulţimea soluţiilor este $S=\{-1,1\}$	**1p**

3.)	**Din oficiu**	**1p**
a)	$\sqrt[3]{10+6\sqrt{3}}=p+\sqrt{3}\Rightarrow\left(\sqrt[3]{10+6\sqrt{3}}\right)^3=\left(p+\sqrt{3}\right)^3\Rightarrow$	**2p**
	$\Rightarrow 10+6\sqrt{3}=p^3+9p+\left(3p^2+3\right)\sqrt{3}\Rightarrow$	**2p**
	$\Rightarrow\begin{cases} p^3+9p=10 \\ 3p^2+3=6 \end{cases}\Rightarrow p=1$	**2p**
b)	$\Rightarrow u=1+\sqrt{3}$ şi $v=1-\sqrt{3}$	**2p**
	$u+v=2\notin R\setminus Q$	**1p**

4.)	**Din oficiu**	**1p**
a)	$ae+i(a+e)-1-i=a \Leftrightarrow (a+i)(e+i-1)=0$ oricare ar fi $a \in C \setminus \{-i\}$	**3p**
	Rezultă că $e=1-i$.	**2p**
b)	$\Delta=-4+8=4$	**2p**
	Soluţiile ecuaţiei sunt $x_1=-i+1$şi $x_2=-i-1$	**2p**